

PROJET

"Modèles Mathématiques et Algorithmes pour la Gestion du Trafic Routier"

20 Juillet 2007

Serigne Gueye (a), Claude Yugma (b) et Blaise Somé (c)

(a) Université du Havre

(b) Ecole de Mines de Saint-Etienne

(c) Université de Ouagadougou

1 Qualités scientifiques et innovations

1.1 Objectifs scientifiques

Partout dans le monde, l'augmentation croissante du nombre de véhicules particuliers en circulation de même que celui des véhicules de transport en commun, et des camions de marchandises, a conduit à une congestion des circulations aussi insupportable humainement qu'inefficace socio-économiquement. Au nombre des conséquences négatives de ce phénomène de congestion, on peut citer : les conséquences environnementales dues à la pollution, les retards de livraison pour le transport de marchandises et, non des moindres, le stress des usagers du réseau routier passant une grande partie de leur temps dans des embouteillages interminables.

En pratique, plusieurs solutions peuvent être envisagées comme par exemple l'amélioration du système de signalisation routière, la construction de nouvelles routes ou la promotion des transports en commun. Du fait de la complexité du problème, une solution unique n'existe

probablement pas, une combinaison de ces alternatives doit plutôt être envisagée. Parmi les trois solutions évoquées, les deux dernières sont les plus onéreuses. Plus particulièrement, la construction d'une nouvelle route est un investissement stratégique très coûteux. De plus, à supposer qu'un pays dispose de ressources financières en quantité importante, les contraintes simplement physiques (ou géographiques) rendent impossibles un accroissement sans fin du nombre de nouvelles routes.

Il est donc plus raisonnable, avant de s'intéresser à une extension du réseau, d'utiliser de manière judicieuse l'infrastructure existante. Comme l'utilisation d'une infrastructure routière est contrôlée par un système de signalisation, il s'agit donc de savoir comment exploiter au mieux les commandes de ce système (feux de signalisation, panneaux, etc.) de manière à fluidifier le trafic. Ce domaine d'investigation est communément connu sous le nom de "contrôle de trafic". L'article de Bellemans et al[10] en fournit un état de l'art très complet.

Un système de contrôle de trafic peut être défini (voir [8]) comme un système interagissant avec des commandes (feux rouges et verts, information routière dynamique, panneaux d'indication de vitesse, etc.) de manière à prendre statiquement ou dynamiquement la décision permettant de réduire au mieux la congestion routière.

Dans le cas statique, les commandes sont réglées une seule fois en tenant compte de prévisions de trafic, et ne changent pas. Les méthodes *Maxband* [7] et *Transyt* [3] rentrent dans cette catégorie. C'est le cas de la plupart des commandes de signalisation des villes européennes et africaines. On peut observer par exemple qu'à l'entrée d'une ville comme Rouen, la durée des feux est la même à 8H00 du matin, où la circulation est complètement embouteillée par les camions de marchandises traversant la ville et les particuliers se rendant à leur travail, qu'à 22H00 le soir où la plupart des rues sont complètement dégagées. Ce comportement en soi peut lui même être générateur de congestion dans la mesure où les commandes d'infrastructure ne s'adaptent pas aux fluctuations du trafic. On voit bien là la nécessité de systèmes plus dynamiques, qui ont fait l'objet ces dernières années d'une attention particulière.

De manière schématique, un système de contrôle dynamique de trafic fonctionne de la manière suivante. En plus des commandes qui permettent de contrôler le trafic, un tel système dispose de capteurs lui donnant des informations sur l'état du trafic, en l'espèce, le nombres de véhicules sur certaines rues ou intersections du réseau routier. Les informations obtenues sont alors transmises à un calculateur qui a pour mission de donner aux commandes les valeurs (durée et synchronisation des feux) permettant de minimiser une certaine fonction exprimant la congestion du réseau routier. Il peut s'agir comme fonction, de la longueur des files d'attente aux intersections, du temps d'attente moyen aux feux, du temps d'attente moyen de la plus longue file d'attente, etc. Reprenons l'exemple des feux de signalisation évoqué plus haut. Dans un système de contrôle dynamique, la durée des feux serait donc recalculée à intervalle régulier dans le souci de minimiser la congestion.

La figure ci-dessous tirée de [10] donne une représentation schématique d'un système de contrôle dynamique de trafic.

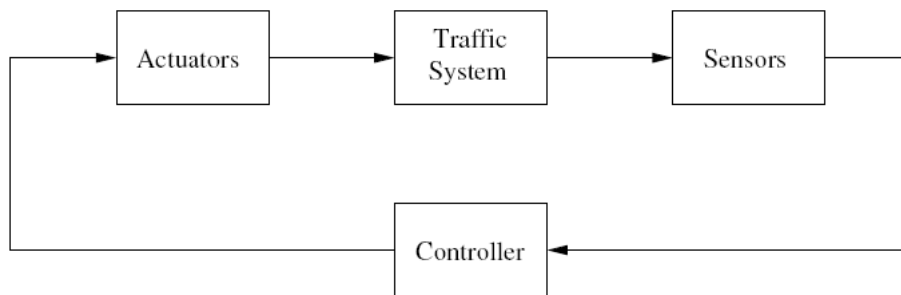


FIG. 1 – Système de Contrôle de Trafic [10]

Les valeurs des commandes calculées par le contrôleur sont déterminées par un algorithme qui, en définitive, ne fait que résoudre un modèle mathématique représentant le problème à résoudre. Un des modèles possibles est celui proposé par Schutter dans [8]. Il convient pour être précis de considérer que ce modèle est en fait subdivisé en plusieurs sous-modèles.

Le premier sous-modèle n'est pas du contrôle de trafic à proprement parler puisqu'il concerne l'estimation de la demande de trafic. Il convient en effet avant de s'intéresser à la signalisation optimale, d'avoir une estimation du flot de véhicules aux différents axes et intersections. Cette estimation est en général réalisée par le calcul d'une matrice dite "origine-destination" fournissant entre chaque noeud du réseau routier la quantité estimée du flot de véhicules allant d'un noeud origine vers un noeud destination. La détermination de cette matrice est en soi une application mathématique très riche ayant fait l'objet de plusieurs études (voir Bierlaire [1]). Dans le cas d'un contrôle de trafic statique, cette matrice est calculée une seule fois tandis que dans le cas d'un système dynamique, elle devra être actualisée à intervalle régulier pour tenir compte du nouvel état du trafic. Une des manières de calculer la matrice origine-destination est de résoudre un problème difficile d'optimisation connu sous le nom de "*maximisation d'entropie*".

Le second modèle (le contrôle proprement dit) utilise les données d'estimation de la demande dans un modèle mathématique faisant intervenir des variables exprimant les valeurs des commandes, une fonction objectif exprimant une mesure de la congestion et des contraintes délimitant les solutions possibles. Les contraintes relatives à ce modèle font apparaître une version d'un problème très connu en optimisation (car intervenant dans la caractérisation des optimas) mais très difficile appelée "problème de complémentarité linéaire".

Du fait de la difficulté de résolution des problèmes d'optimisation sous-jacents de tels modèles ne peuvent être résolus de manière exacte que sur de petits sous-réseaux. Cependant, plus grande est la taille des sous-réseaux que l'on est capable de traiter, et meilleure est la circulation du réseau global. Par conséquent, un des enjeux de ce projet est de développer de nouvelles méthodes de résolution

permettant de résoudre des instances plus grandes des problèmes de complémentarité linéaire, et de maximisation d'entropie.

Il est important de noter que comme le but d'un contrôleur dynamique est de prendre des décisions en temps-réel, l'algorithme utilisé doit être en mesure de fournir rapidement de "bonnes" solutions. D'un autre point de vue, pour des raisons concernant la sécurité des circulations, l'algorithme doit également être suffisamment sûr de façon à écarter toutes possibilités d'erreurs de synchronisation des feux. Ces conditions rendent donc nécessaires le développement de méthodes simples, probablement heuristiques.

Le modèle de Schutter et les deux problèmes d'optimisation évoqués ici ne sont que des instances d'un éventail beaucoup plus large comprenant les modèles OPAC [5], PRODYN [6], et les problèmes linéaires en nombres entiers [7].

De manière générale, les objectifs du projet sont :

- d'identifier les problèmes d'optimisation impliqués dans les modèles de contrôle de trafic
- de proposer et d'implanter des méthodes de résolution de grandes instances de ces problèmes
- de tester ces méthodes avec des simulateurs de trafic routier dont les codes sont ouverts (i.e modifiables).

L'utilisation de simulateurs de trafic routier permet d'apprécier le modèle en terme de qualité de circulation et de rapidité d'exécution. D'autre part, il peut arriver aussi, qu'à infrastructure constante et compte tenu du trafic, il n'existe aucune synchronisation efficace des feux permettant de réduire de manière significative la congestion. Dans ce cas la simulation permet également de tester l'impact de divers scénarios de construction de routes.

1.2 Innovation mathématique

L'optimisation mathématique (déterministe) consiste à la minimisation ou à la maximisation d'une (ou plusieurs) fonctions objectifs soumises à des contraintes d'inégalités ou d'égalités. Les problèmes d'optimisation peuvent être classifiés selon la nature de la fonction objectif (linéaire, non linéaire, convexe, concave, différentiable, non différentiable), du type des contraintes et du domaine des variables (continues en nombres entiers). Dans ce cadre, l'objet des recherches en optimisation est de développer des schémas de résolution "efficace" (obtention "rapide" de la solution optimale ou d'une bonne approximation) de ces différents types de problèmes.

Les problèmes de complémentarité linéaire et de maximisation d'entropie sont deux problèmes particuliers impliqués dans le contrôle de trafic pour lesquels nous proposons d'étudier de nouvelles techniques de résolution.

Plus précisément, pour la maximisation d'entropie, nous nous proposons d'étudier l'application des techniques de programmation semi-définie positive.

Pour ce qui concerne le problème de complémentarité linéaire, en considérant une fonction objectif quadratique, nous nous proposons d'étudier la résolution du problème par la technique d'optimisation globale Alienor [2] et les récentes méthodes de programmation quadratique.

L'application d'Alienor au problème quadratique est un champ d'investigation sur lequel nous (Université du Havre et Université de Ouagadougou) avons effectué des échanges réguliers. Cette coopération s'est traduite par le développement d'une nouvelle méthode permettant de reformuler tout problème quadratique multidimensionnel en 0-1 sous la forme d'un problème d'optimisation d'une variable pour lequel des techniques classiques (méthode de Newton, sécante, fausse position, analyse d'intervalles, etc.) peuvent être utilisées. Une perspective de cette méthode concerne l'extension de ce travail à la résolution des problèmes quadratiques en nombres entiers généraux.

2 Impacts

Dans le contexte urbain mondial où le parc automobile va croissant, il nous semble crucial que des études visant à la maîtrise des réseaux de transport soient initiées. Quelle est la demande de trafic dans une ville, quelles routes construire, comment étendre un réseau urbain, quelle synchronisation adoptée sur les feux, nous paraissent être des questions importantes à élucider compte tenu de l'accroissement des agglomérations et de la densité de trafic. Nous pensons que des études sur les systèmes de contrôle, couplées à des simulations, peuvent contribuer à fournir aux décideurs des réponses rigoureuses à ces questions.

Un autre impact concernant les systèmes de contrôle dynamique est également envisageable à long terme. En effet, il convient de remarquer que les systèmes de contrôle dynamique de trafic ont été l'objet d'un nombre très important de travaux en Europe et en Amérique du nord. Ces recherches ont donné lieu à des modèles dont les plus connus sont Prodyn [6], Opac [5], Cronos [4] et Rhodes [9]. Sachant que la plupart des chercheurs s'accordent à dire que les systèmes dynamiques sont un moyen de contrôle prometteur, et que des modèles existent, on peut se demander pourquoi ceux-ci n'ont pas pour l'heure fait l'objet d'une application plus large. Il semblerait que la réticence de l'autorité gestionnaire de l'infrastructure viennent de la confiance relativement faible à ces systèmes. Ceux-ci sont perçus comme des machineries complexes et difficiles à mettre en oeuvre. Si nos études débouchent sur des propositions d'algorithmes simples et performants, peut-être pouvons nous espérer que ces réticences soient surmontées.

Enfin, à notre connaissance, aucune formation en gestion de trafic n'existe à l'université de Ouagadougou, ni d'ailleurs dans les universités partenaires de ce projet (Université du Havre, Ecole des mines de Saint-Etienne). Par conséquent, le savoir acquis d'une telle recherche pourrait, peut-être, être le socle d'un futur cours à ce sujet et pourquoi pas d'une formation.

3 Méthodologie

Compte tenu des objectifs de recherche cités plus haut, les différents modules d'études sont reportés dans la figure 2 (page 9). Le projet se subdivise en deux sous-ensembles consistant en une recherche mathématique fondamentale sur les problèmes d'optimisation, et une application pratique au contrôle de trafic.

A la section 5, nous décrirons les relations liant ces différentes parties de même que l'ordonnancement de toutes ces tâches.

4 Potentiel de collaboration à long terme

L'Université de Ouagadougou, à travers Blaise Somé, et l'Université du Havre, à travers Serigne Gueye collaborent depuis bientôt 3 ans (de façon informelle) sur des recherches autour de la méthode Alienor appliquée aux problèmes quadratiques en 0-1. D'autre part, Claude Yugma (Ecole des Mines de Saint-Etienne), Blaise Somé (Université Ouagadougou) et Serigne Gueye (Université du Havre) sont des membres actifs du groupe ORPA (Operational Research Practice In Africa ¹).

ORPA est une association à but non lucratif créée en 2005 par Eric Soubeiga (Fortis Bank), Claude Yugma (Ecole des Mines de Saint-Etienne) et Serigne Gueye (Université du Havre). Son objectif est de contribuer à la résolution des défis de développement rencontrés dans les pays africains, en formant les étudiants aux techniques récentes de recherche opérationnelle par le biais de séminaires et conférences, en sensibilisant les décideurs (publics et privés) sur l'intérêt des méthodes scientifiques d'aide à la décision, et en proposant des projets de recherche. Les problèmes auxquels nous nous intéressons sont par exemple :

- La distribution d'énergie : dimensionnement des réseaux de distribution d'énergie, localisation de centrales.
- La gestion des réseaux de transport routier et ferroviaire : planification prévisionnelle et opérationnelle, contrôle de trafic, conception

¹www.orpagroup.net

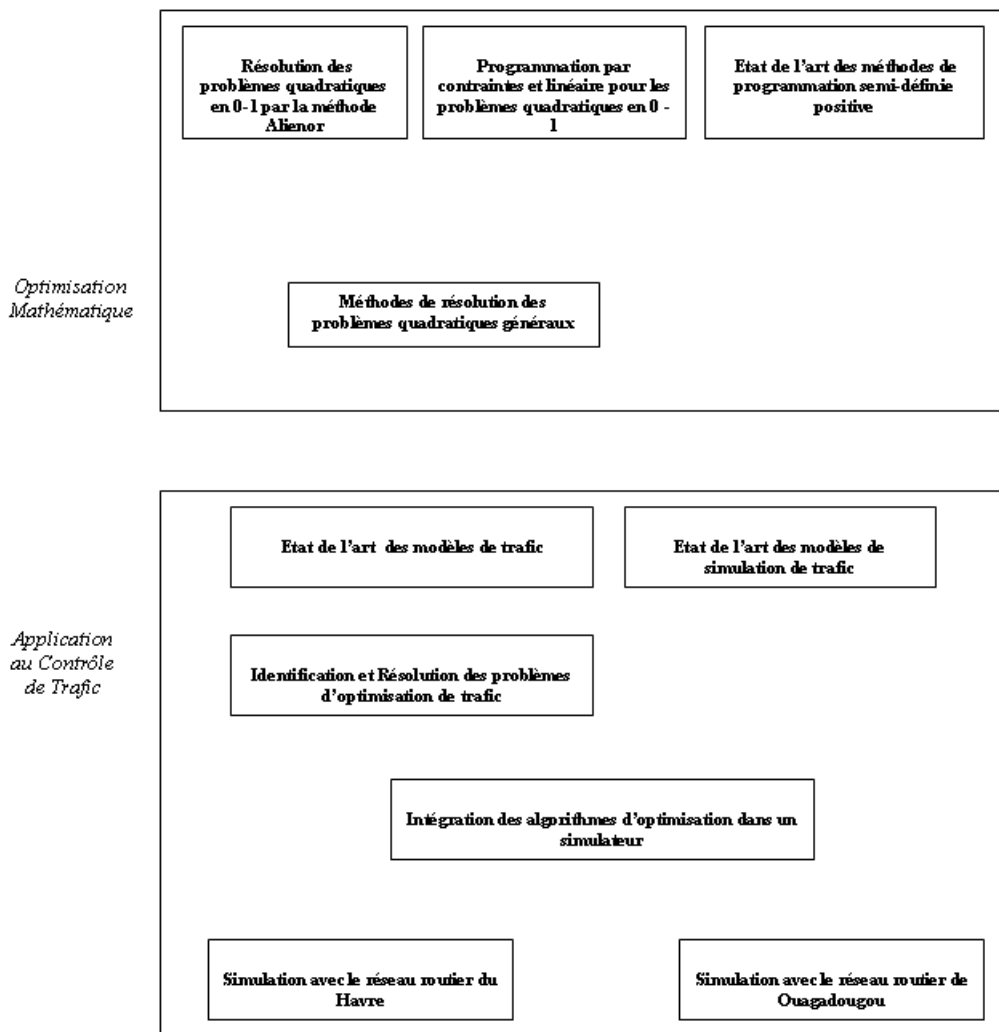


FIG. 2 – Thèmes de Recherche

de réseau, prévision de trafic, etc.

- La logistique, l'optimisation en économie et finance, etc.

ORPA s'appuie sur un comité scientifique à compétences variées et a pour ambition d'impliquer de plus en plus de chercheurs, notamment ceux de la diaspora africaine. L'association est pour l'heure domiciliée légalement à Londres, mais deux succursales en France et aux Etats-Unis sont prévues prochainement. La première conférence a eu lieu à Ouagadougou en 2005, à laquelle a succédé une seconde à Londres en 2006 en partenariat avec CAPPS ² (voir le site <http://www.thinkafrika.org/>). La troisième conférence, qui sera couplée avec une école d'été de recherche opérationnelle, aura lieu à Cape Town en Septembre 2007.

Le projet de coopération scientifique que nous soumettons s'inscrit donc dans la continuité d'une collaboration de longue date.

5 Plan de travail prévisionnel

Le plan de travail prévisionnel est reporté sur la figure 3 (page 12). Il correspond aux relations et à l'enchaînement dans le temps des différents objectifs identifiés à la figure 2. La numérotation correspond à l'ordre chronologique des tâches. Le projet aura une durée de deux ans. Nous indiquons ci-dessous la durée des tâches ainsi que leur répartition :

Tâches	Durée	Acteurs
1, 2, 3	3 mois	Université du Havre, Université Ouagadougou
4	5 mois	Université du Havre, Université Ouagadougou
5,6,7	4 mois	Université du Havre, Ecole des Mines de Saint-Etienne
8	4 mois	Université du Havre, Ecole des Mines de Saint-Etienne
9	4 mois	Université du Havre, Ecole des Mines de Saint-Etienne, Université Ouagadougou
10	4 mois	Université du Havre, Ecole des Mines de Saint-Etienne, Université Ouagadougou

²Centre for African Policy and Peace Strategy

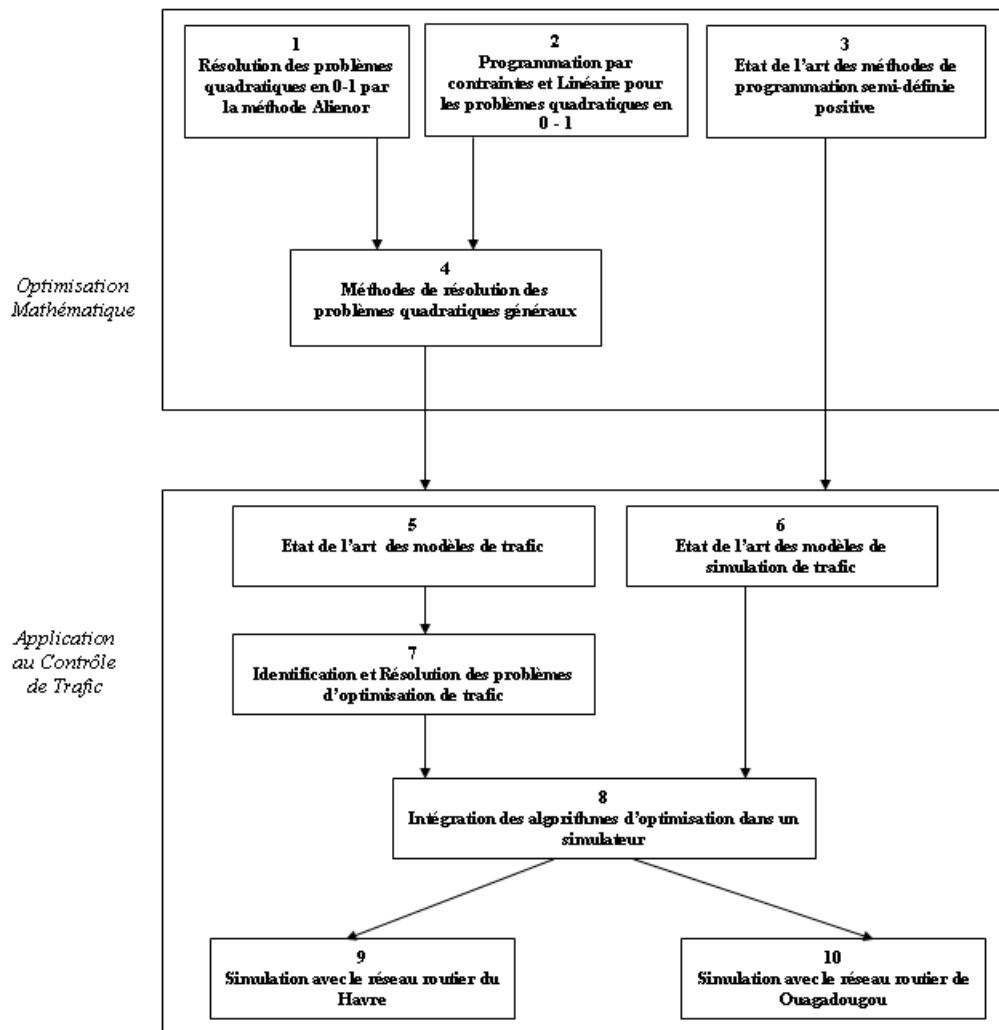


FIG. 3 – Plan de Travail

Nous prévoyons le recrutement d'un étudiant en doctorat, ou d'un postdoctorant, basé à Ouagadougou avec des missions ponctuelles au Havre et à Gardannes où se trouve l'école de mines de Saint-Etienne.

Références

- [1] M. Bierlaire. *Mathematical models for transportation demand analysis*. PhD thesis, Facultés Universitaires Notre-Dame de la Paix de Namur, 1996.
- [2] Y. Cherruault. *Optimisation : Méthodes Locales et Globales*. PUF, Paris, 1999.
- [3] D.I. Robertson. Transyt method for area traffic control. *Traffic Engineering & Control*, 10 :276–281, 1969.
- [4] F. Boillot, J.M. Blossville, J.B. Lesort, V. Motyka, M. Papa-georgiou, and S. Sellam. Optimal signal control of urban traffic networks. *6th IEE Intern. Conference on Road Traffic Monitoring and Control*, pages 75–79, 1992.
- [5] N.H. Gartner. Opac : A demand-responsive strategy for traffic signal control. *Transportation Research Control*, (906) :75–84, 1983.
- [6] J.J Henry J.L. Fages and L. Tufal. The prodyn real time algorithm. *4th IFAC Symposium on Transportation Systems*, pages 307–312, 1983.
- [7] J.D.C. Little. The synchronisation of traffic signals by mixed-integer-linearprogramming. *Operations Research*, 14 :568–594, 1966.
- [8] B. De Schutter and B. De Moor. Optimal traffic light control for a single intersection. *European Journal of Control*, 4(3) :260–276, 1998.
- [9] S. Sen and L. Head. Controlled optimization of phases at an intersection. *Transportation Science*, 31 :5–17, 1997.
- [10] B. De Schutter T. Bellemans and B. De Moor. Models for traffic control. *Journal A*, 43(3-4) :13–22, 2002.